

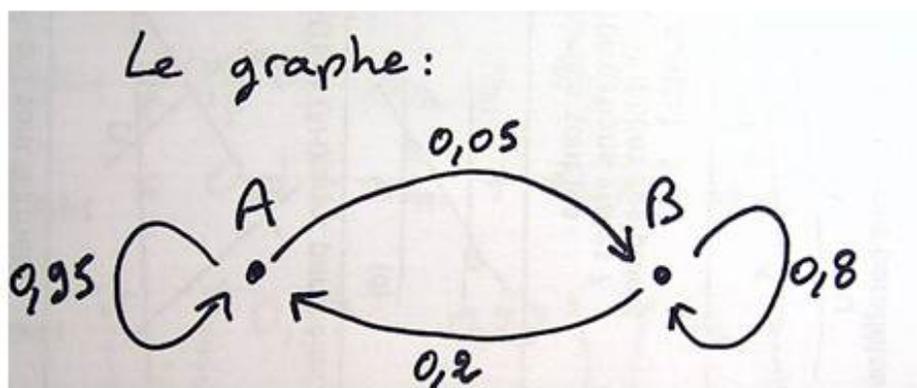
2) Un problème à deux compartiments

On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que :

95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

L'effectif total s'élève à 500 000 individus. Si la population des individus dans l'état A est de 375 000 à l'instant 0, à combien sera-t-elle à l'instant 14? Au fil du temps, que se passera-t-il? (Utiliser un logiciel de calcul)



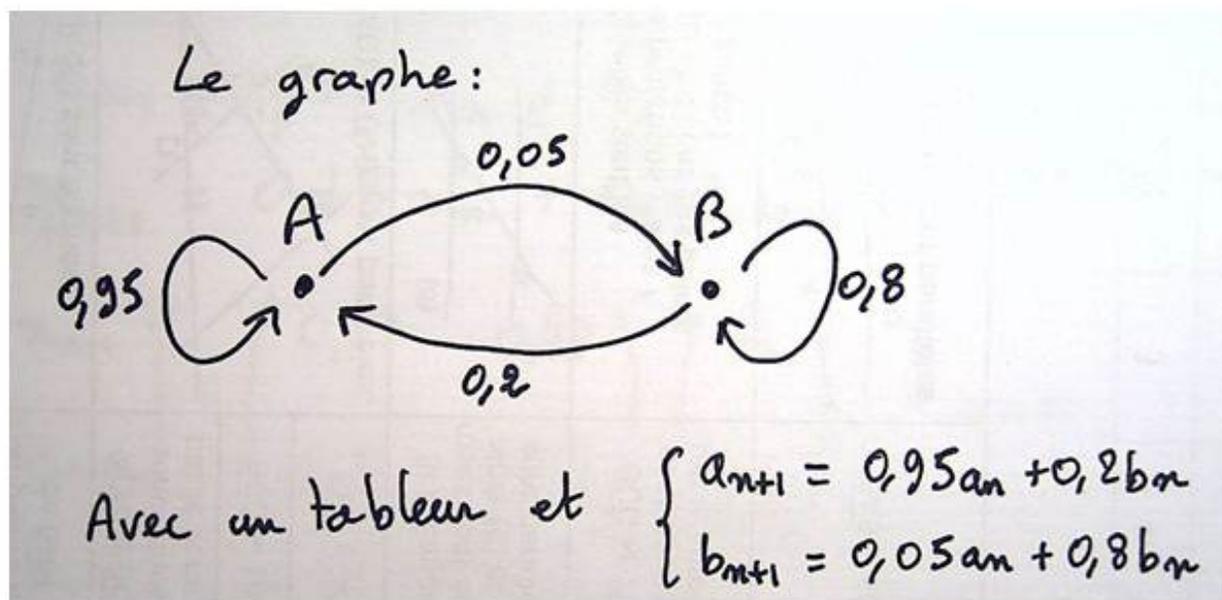
2) Un problème à deux compartiments

On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que :

95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

L'effectif total s'élève à 500 000 individus. Si la population des individus dans l'état A est de 375 000 à l'instant 0, a combien sera-t-elle à l'instant 14? Au fil du temps, que se passera-t-il? (Utiliser un logiciel de calcul)



2) Un problème à deux compartiments

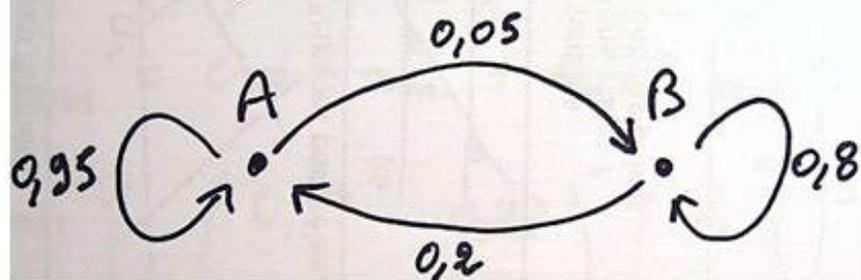
On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que :

95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

L'effectif total s'élève à 500 000 individus. Si la population des individus dans l'état A est de 375 000 à l'instant 0, à combien sera-t-elle à l'instant 14? Au fil du temps, que se passera-t-il? (Utiliser un logiciel de calcul)

Le graphe :



Avec des matrices :

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,2 \\ 0,05 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{14} \\ b_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,2 \\ 0,05 & 0,8 \end{pmatrix}^{14} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

1 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]$

$$\begin{bmatrix} 0.95, 0.2 \\ 0.05, 0.8 \end{bmatrix}$$

2 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{14}$

$$\begin{bmatrix} 0.803563589603, 0.785745641589 \\ 0.196436410397, 0.214254358411 \end{bmatrix}$$

3 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{14}[[375000],[125000]]$

$$\begin{pmatrix} a_{14} \\ b_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,2 \\ 0,05 & 0,8 \end{pmatrix}^{14} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 399554.5513 \\ 100445.4487 \end{bmatrix}$$

1 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]$

$$\begin{bmatrix} 0.95, & 0.2 \\ 0.05, & 0.8 \end{bmatrix}$$

2 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{14}$

$$\begin{bmatrix} 0.803563589603, & 0.785745641589 \\ 0.196436410397, & 0.214254358411 \end{bmatrix}$$

3 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{14} * [[375000],[125000]]$

Au fil du temps, que se passera-t-il?

$$\begin{bmatrix} 399554.5513 \\ 100445.4487 \end{bmatrix}$$

Et si n est encore plus grand,
si on fait abstraction des erreurs
de calcul dues au logiciel Xcas :
le système est stable

4 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{18}$

$$\begin{bmatrix} 0.801127542023, & 0.795489831909 \\ 0.198872457977, & 0.204510168091 \end{bmatrix}$$

5 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{25}$

$$\begin{bmatrix} 0.800150508692, & 0.799397965233 \\ 0.199849491308, & 0.200602034767 \end{bmatrix}$$

6 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{75}$

$$\begin{bmatrix} 0.800000000085, & 0.799999999659 \\ 0.199999999915, & 0.200000000341 \end{bmatrix}$$

7 $[[0.95,0.2],[0.05,0.8]]^{97}$

$$\begin{bmatrix} 0.8, & 0.799999999999 \\ 0.2, & 0.200000000001 \end{bmatrix}$$

8	$[[0.95, 0.2], [0.05, 0.8]]^{98}$	
		0.8, 0.8 0.2, 0.2
9	$[[0.95, 0.2], [0.05, 0.8]]^{98} * [[375000], [125000]]$	
		400000.0 100000.0
10		

La population dans l'état A se rapprochera au fil du temps de 400 000 individus.