

Terminale S spécialité Maths : quelques exercices ou « énigmes »
(En devoir maison? Des narrations de recherche...)
programme de la rentrée 2012

1) Mise en pratique des matrices avec une méthode de décodage à découvrir :

(En 1929, Lester S. Hill a conçu, breveté et mis en vente cette méthode de codage, sans grand succès.)

Vous venez de recevoir un courriel. Il contient un message secret à décoder et une pièce jointe qui semble donner des explications pour utiliser sa « clé »... Travailler pour l'instant sans ordinateur, vous aurez la suite du message à décoder sur un tableur.

Début du message secret :

23 5 12 23 30 4 7 18 23 7

En pièce jointe [sur le tableur](#) :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
,	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[\]	^

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{Utiliser la matrice A et les restes de la division par le nombre 31.}$$

Remarques :

- On suppose que vous venez d'apprendre à calculer le produit matriciel $A(:,)$, et non $(..)A$.
- La matrice inverse de A est appelée « matrice de chiffrement »

2) Un problème avec un algorithme à programmer

Rappel : pendant une séance de mathématiques, il n'y a pas besoin d'ordinateur pour écrire un algorithme.

L'effectif de votre classe est de trente élèves. Votre professeur de Mathématiques est en congé de maternité (environ quatre mois). Son remplaçant (peu scrupuleux) va vous noter d'une façon peu recommandable! Il décide de commencer par mettre 20 à tous les élèves de votre classe. Puis, chaque jour, il choisit au hasard un élève de votre classe pour modifier sa note : s'il a 20, il la remplace par 0; et s'il a 0, il la transforme à nouveau en 20. Au bout de 120 jours, ce « professeur » écrit sur le bulletin la dernière note qu'il a attribuée à chaque élève. La moyenne de la classe conviendra-t-elle à votre Proviseur?

Répondre intuitivement, écrire un algorithme (brièvement), programmer des simulations, et faire le lien avec le modèle de diffusion d'Ehrenfest.

Modèle de diffusion d'Ehrenfest : N particules sont réparties dans deux récipients ; à chaque instant, une particule choisie au hasard change de récipient.

3) Un problème à deux compartiments

On conserve dans une enceinte une population d'êtres unicellulaires qui peuvent se trouver que dans deux états physiologiques désignés par A et B. Des observations menées sur une assez longue période permettent d'estimer que :

95% des unicellulaires se trouvant à l'instant n dans l'état A n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

80% de ceux se trouvant à l'instant n dans l'état B n'ont pas changé d'état à l'instant $n+1$.

L'effectif total s'élève à 500 000 individus. Si la population des individus dans l'état A est de 375 000 à l'instant 0, a combien sera-t-elle à l'instant 14? Au fil du temps, que se passera-t-il? (Utiliser un logiciel de calcul)